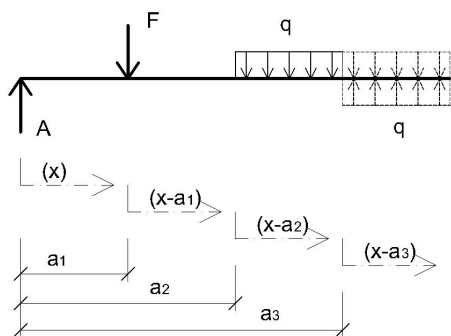


## Příklad 8 – Průhyb nosníku - Clebschova metoda

### Teorie

Metoda využívá vztahů používaných při integraci ohybové čáry. Při postupu se však užijí některá jiná pravidla:

- Ohybový moment začneme vyjadřovat z levé strany nosníku. Změna zatížení (zatížení není v tomto místě popsáno hladkou křivkou) začíná nový úsek, který se v rovnici oddělí svislou čarou. V tomto úseku platí celá předchozí část rovnice a přidá se vliv nového zatížení.
- Vliv spojitého zatížení, které v daném úseku už nepokračuje, je třeba od následujícího úseku odebrat tím, že se přidá opačné zatížení.
- V daném úseku se pracuje s lokálními souřadnicemi tohoto úseku, které se vyjádří pomocí vztahu  $(x - a_i)$ , kde  $a_i$  je souřadnice začátku úseku.
- Při integraci je nutné pracovat s celým výrazem v závorce jako s nezávislou proměnnou a závorku neroznásobovat.
- Pokud integrujeme osamělý moment, příslušná proměnná je závorka odpovídající úseku, ve kterém se moment nachází.
- Integrační konstanty vznikající při integraci, jsou platné pro celou rovnici. Je tedy vhodné je přidat do prvního úseku, jehož rovnice platí pro celý nosník.



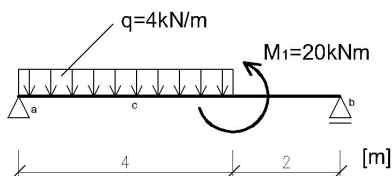
Např. pro nosník na obrázku se napíše rovnice ohybového momentu:

$$M = Ax - \left. -F(x - a_1) \right|_{x > a_1} - \left. q \frac{(x - a_2)^2}{2} \right|_{x > a_2} + \left. q \frac{(x - a_3)^2}{2} \right|_{x > a_3}$$

### Zadání

Prostý nosník je zatížen dle obrázku. Clebschovou metodou určete

- Rovnici pootočení a průhybu
- průhyb uprostřed nosníku



### Řešení

Nejdříve se vyřeší levá reakce z momentové podmínky k pravé podpoře.

$$A = \frac{12 \cdot 4 \cdot 4 + 20}{6} 10^3 = 14 \cdot 10^3 = 14 \text{ kN}$$

Nosník se rozdělí na 2 úseky. Vyjádří se ohybový moment v první části úseku a doplněk tohoto momentu ve druhé části.

$$M \cdot 10^{-3} = Ax - q \frac{x^2}{2} \Big|_{x>4} - M_1 + q \frac{(x-4)^2}{2}$$

$$M \cdot 10^{-3} = 14x - 2x^2 \Big|_{x>4} - 20 + 2 \cdot (x-4)^2$$

Provede se dvojnásobná integrace, při níž se získá rovnice pootočení a průhybu.

$$EIj \cdot 10^{-3} = C_1 - 14 \frac{x^2}{2} + 2 \frac{x^3}{3} \Big|_{x>4} + 20 \cdot (x-4) - 2 \cdot \frac{(x-4)^3}{3}$$

$$EIw \cdot 10^{-3} = C_1 x + C_2 - \frac{7}{3} x^3 + \frac{1}{6} x^4 \Big|_{x>4} + 10 \cdot (x-4)^2 - \frac{1}{6} (x-4)^4$$

Integrační konstanty se určí z okrajových podmínek v podporách.

Pro první okrajovou podmínku  $w_{(x=0)} = 0$

Se použije první část rovnice

$$0 = C_1 \cdot 0 + C_2 - \frac{7}{3} \cdot 0 + \frac{1}{6} \cdot 0$$

$$C_2 = 0$$

Pro druhou podmínku  $w_{(x=6)} = 0$  se použije celá rovnice

$$0 = C_1 \cdot 6 + 0 - \frac{7}{3} \cdot 6^3 + \frac{1}{6} \cdot 6^4 + 10 \cdot (6-4)^2 - \frac{1}{6} (6-4)^4$$

$$C_1 = 41,777$$

Výsledná rovnice pootočení

$$j = \frac{10^3}{EI} \left[ 41,777 - 14 \frac{x^2}{2} + 2 \frac{x^3}{3} \Big|_{x>4} + 20 \cdot (x-4) - 2 \cdot \frac{(x-4)^3}{3} \right]$$

Výsledná rovnice průhybu:

$$w = \frac{10^3}{EI} \left[ 41,777x - \frac{7}{3} x^3 + \frac{1}{6} x^4 \Big|_{x>4} + 10 \cdot (x-4)^2 - \frac{1}{6} (x-4)^4 \right]$$

Průhyb uprostřed nosníku se získá dosazením poloviny rozpětí nosníku do první části rovnice průhybu, protože střed rozpětí se nachází v prvním úseku nosníku.

$$w_{(x=3)} = \frac{10^3}{EI} \left[ 41,777 \cdot 3 - \frac{7}{3} 3^3 + \frac{1}{6} 3^4 \right] = \frac{75,831 \cdot 10^3}{EI}$$