

## Příklad 1 – Osově namáhaný prut – průběhy veličin

### Teorie

#### a) Veličiny prutu

Normálová síla působící v průřezu osově namáhaného prutu se získá integrací normálového napětí po ploše průřezu.

$$N = \int_A \mathbf{s}_x dA$$

Vzhledem k rovnoměrnému rozložení napětí integrál přechází v jednoduchý vztah

$$N = \mathbf{s} A \quad \text{nebo} \quad \mathbf{s}_x = \frac{N}{A}$$

Vztah mezi normálovým napětím a poměrnou deformací je dán Hookovým zákonem

$$\mathbf{s}_x = E \mathbf{e}_x \quad \text{nebo} \quad \mathbf{e}_x = \frac{\mathbf{s}_x}{E}$$

Po dosazení z předchozí rovnice

$$\mathbf{e}_x = \frac{N}{EA}$$

Poměrné přetvoření může být také způsobeno teplotním namáháním. V tomto případě záleží na rozdílu současné a původní teploty  $\Delta t$  a na součiniteli teplotní roztažnosti  $\alpha_t$ .

$$\mathbf{e}_t = \alpha_t \Delta t$$

Změna teploty způsobuje u staticky určité konstrukce pouze změnu deformační veličin, tedy poměrného přetvoření a posunutí. Silové veličiny –

napětí a vnitřní síly zůstávají nedotčeny. Naopak u staticky neurčitě podepřených konstrukcí vznikají nenulové i silové veličiny.

Vztah mezi poměrnou deformací a posunutím je dán geometrickou podmínkou

$$u' = \mathbf{e}_x$$

Integrací vztahu se získá

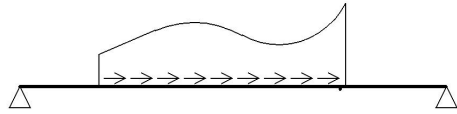
$$u = \int \mathbf{e}_x dx + C$$

Integrační konstantu  $C$  je možné určit z okrajové podmínky a tou je posun pro  $x = 0$ . Pomocí tohoto známého posunu v bodě  $a$  je možno vyjádřit posun v libovolném bodě  $b$ .

$$u_b = \int_a^b \mathbf{e}_x dx = \int_a^b \frac{N}{EA} dx$$

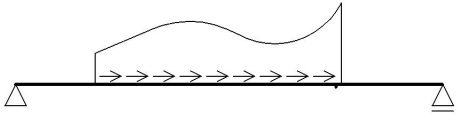
Pro veličiny  $N$ ,  $E$  a  $A$ , konstantní v jednotlivých částech prutu, přejde integrál v sumační vyjádření

$$u_b = \sum_{i=1}^n \frac{N_i l_i}{E_i A_i}$$

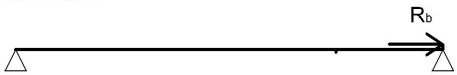


Obr.: Původní konstrukce

Zatěžovací stav 0



Zatěžovací stav 1



$$u_b = 0$$

Obr.: Zatěžovací stavy základní staticky určité soustavy + doplňující deformační podmínka.

### b) *Silová metoda*

Při řešení staticky neurčitě osově namáhaného prutu je vhodná silová metoda.

V silové metodě se nejdříve zvolí staticky určitá základní soustava odebráním vazby proti posunutí.

Ve vazbě působila reakce, ta je uvažována jako neznámá síla.

Vazba zajišťovala předepsaný (většinou nulový) posun bodu prutu, ten se zajistí přídatnou podmínkou pro tento posun.

Následně se vyjádří předepsaný posun uvolněného bodu prutu, způsobený zatížením a neznámou reakcí. V této rovnici je jedinou neznámou hledaná reakce a je tímto způsobem získána.

Druhou reakci je pak možno určit ze statické podmínky rovnováhy pro celý prut.